

Câu 1 (4 điểm)

1 đ

Lập bài toán đối ngẫu (D) tương ứng của (P).

$$g(y) = 6y_1 + 2y_2 + 8y_3 \rightarrow \max$$

$$(D): \begin{cases} y_1 + y_2 + 2y_3 \leq 2 \\ y_1 + 2y_2 + 4y_3 \leq 4 \\ 2y_1 + y_2 + 4y_3 \leq 2 \\ y_1 \leq 0, y_2 \text{ k.h.c}, y_3 \leq 0 \end{cases}$$

a) Giải bài toán gốc (P)

Bài toán dạng chuẩn:

$$f(x) = 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + Mx_6 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_6 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_5 = 8 \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1, 6}) \end{cases}$$

0,25 đ

0,75 đ

C _i	X _i	Y _i	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	Lamda
			2	4	2	0	0	
0	X ₄	6	1	1	2	1	0	6
M	X ₆	2	1	<u>2</u>	1	0	0	1
0	X ₅	8	2	4	4	0	1	2
	F(x)	2M	M-2	<u>2M-4</u>	M-2	0	0	
0	X ₄	5	1/2	0	3/2	1	0	-
4	X ₂	1	1/2	1	1/2	0	0	-
0	X ₅	4	0	0	2	0	1	-
	F(x)	4	0	0	0	0	0	

0,75 đ

Tại bảng 2: Ta có $\Delta_{ij} \leq 0 \forall i, j$ nên PA đang xét là PATU' của bài toán dạng chuẩn:

0,25 đ

$$x^* = (0, 1, 0, 5, 4, 0), F(x^*) = 4$$

$x_6 = 0$ với x_6 là ẩn giả nên bài toán gốc ban đầu có PATU' là:

$$x^* = (0, 1, 0); F(x^*) = 4$$

Từ kết quả của bài toán gốc (P), hãy suy ra PATU' của bài toán đối ngẫu (D)

$$x_2^* = 1 > 0 \Rightarrow y_1 + 2y_2 + 4y_3 = 4 \quad (1)$$

$$0 + 1 + 2 \cdot 0 = 1 < 6 \Rightarrow y_1 = 0 \quad (2)$$

$$2 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 4 < 8 \Rightarrow y_3 = 0 \quad (3)$$

1 đ

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0 \\ y_1 + 2y_2 + 4y_3 = 4 \\ y_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0 \\ y_2 = 2 \\ y_3 = 0 \end{cases}$$

$$g(y^*) = 4$$

Câu 2 (3 điểm)

$$A_1 + A_2 + A_3 = 370, B_1 + B_2 = 300 \Rightarrow \text{Thêm trạm thu giả } B_3 = 70$$

0,25 đ

Do ban giám đốc yêu cầu nhà máy A_2 phải sản xuất hết công suất và tuyến đường A_1 đến B_2 bị cấm nên $c_{12} = M$; $c_{23} = M$ ($M > 0$, rất lớn)

1 đ

Cửa hàng \ Nhà máy	B ₁ : 120	B ₂ : 180	B ₃ : 70	
A ₁ : 150	8 +	M -	0	U ₁ = 0
A ₂ : 120	9	12-M	13	U ₂ = 13-M
A ₃ : 100	7 -	15	M-16	U ₃ = -1
	V ₁ = 8	V ₂ = M	V ₃ = 0	

0,25 đ

Ô đưa vào (3,2); ô đưa ra (1,2); d = 60

1 đ

Cửa hàng \ Nhà máy	B ₁ : 120	B ₂ : 180	B ₃ : 70	
A ₁ : 150	8	M	0	U ₁ = 0
A ₂ : 120	9	13	M	U ₂ = -3

A ₃ :100	7 40	15 60	0 -1	U ₃ = -1
	V ₁ = 8	V ₂ = 16	V ₃ = 0	

Ta có $\Delta_{ij} \leq 0 \forall \hat{o}(i, j)$ nên PA đang xét là PATU' của bài toán VT (M):

0,5 đ

$$x^* = \begin{pmatrix} 80 & 0 & 70 \\ 0 & 120 & 0 \\ 40 & 60 & 0 \end{pmatrix}, f(x^*) = 3.380.000 \text{ đ}$$

$X_{12}=0, X_{23}=0$ với $\hat{o}(1,2); (2,3)$ là $\hat{o}$ cấm nên bài toán VT ban đầu có PATU' là:

$$x^* = \begin{pmatrix} 80 & 0 \\ 0 & 120 \\ 40 & 60 \end{pmatrix}, f(x^*) = 3.380.000 \text{ đ}$$

Câu 3: (3 điểm)

Hệ thống nhân tử và $\hat{o}$ chọn:

1 đ

M/C	C ₁ : 1	C ₂ : 1	C ₃ : 1	U _i
M ₁ : 1	150*	180*	165*	180 +
M ₂ : 1	100	160*	120	160 _
V _j	1.20 +	1 _	1.09 +	

Giá trị $z = \frac{180+160}{1.2+1+1.09} = 103.31$

Lập hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1 \\ x_{22} = 1 \\ 150x_{11} = 103.31 \\ 180x_{12} + 160x_{22} = 103.31 \\ 165x_{13} = 103.31 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{11} = 0.69 \\ x_{12} = -0.31 \\ x_{13} = 0.63 \\ x_{21} = 0 \\ x_{22} = 1 \\ x_{23} = 0 \end{cases}$$

Ma trận phương án:

0.69	-0.31	0.63
0	1	0

Phương án tìm được chưa phải là tối ưu vì còn tồn tại giá trị $x < 0$ là: $X_{12} = -0.31$

Vì vậy ta cần điều chỉnh hệ thống nhân tử và $\hat{o}$ chọn

$\hat{o}$ đưa ra là: (1,2)

Hệ số $\lambda = \min\left(\frac{160}{100*1.2}; \frac{160}{120*1.09}\right) = 1.22$

$\hat{o}$ đưa vào là: (2,3)

1 đ

M/C	C ₁ : 1	C ₂ : 1	C ₃ : 2	U _i
M ₁ : 3	150*	180	165*	220
M ₂ : 2	100	160*	120*	160
V _j	1.47	1	1.33	

Giá trị $Z = 100.00$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{13} = 1 \\ x_{22} + x_{23} = 1 \\ 150x_{11} = 100 \\ 160x_{22} = 100 \\ 165x_{13} + 120x_{23} = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{11} = 0.67 \\ x_{12} = 0 \\ x_{13} = 0.33 \\ x_{21} = 0 \\ x_{22} = 0.62 \\ x_{23} = 0.38 \end{cases}$$

Ma trận phương án:

0.67	0	0.33
0	0.62	0.38

Do $x_{ij} \geq 0$ với mọi i, j nên phương án tìm được là tối ưu.

Phương án tối ưu của bài toán là:

M/C	C ₁ : 1	C ₂ : 1	C ₃ : 2
M ₁ : 3	0.67	0	0.33
M ₂ : 2	0	0.62	0.38

⇒ Như vậy theo bảng trên nhà máy cần bố trí các máy làm việc trong một ngày như sau:

- + Bố trí máy M₁ dành 0,67 thời gian sản xuất chi tiết C₁ và 0,33 thời gian sản xuất chi tiết C₃.
- + Bố trí máy M₂ dành 0,62 thời gian sản xuất chi tiết C₂ và 0,38 thời gian sản xuất chi tiết C₃.

0, 5 đ

⇒ Khi đó số lượng sản phẩm sản xuất được là $z = 100$

Thời gian trung bình để hoàn thành hợp đồng là:

$$T = 3000 / 100 = 30 \text{ ngày}$$

b. Hỏi phải phân công trình tự sản xuất quần, áo, găng tay cho các máy như thế nào để hoàn thành hợp đồng sớm nhất? **(0.5 điểm)**

0, 5 đ

+ Bố trí máy M₁ dành $0,67 * 30 = 20,1$ thời gian sản xuất *Quần trước* và $0,33 * 30 = 9,9$ thời gian sản xuất *Găng tay sau*

+ Bố trí máy M₂ dành $0,62 * 30 = 18,6$ thời gian sản xuất *Áo trước* và $0,38 * 30 = 11,4$ thời gian sản xuất *Găng tay sau*